

Insegnare con...

Matematica in chiaro

Relatrici:

Paola Morando

Valentina Franceschi

INSEGNARE

Matematica e Fisica

Scuola Secondaria di 2° Grado

Insegnare con...

Matematica in chiaro

Relatrice:

Paola Morando

INSEGNARE

Matematica e Fisica

Scuola Secondaria di 2° Grado

Che cosa possiamo fare?

- Molti dei nostri studenti **non hanno bisogno di più esercizi...** hanno bisogno di un **modo diverso di incontrare la matematica**. E per questo oggi parliamo di **gioco**. Ma non come intrattenimento, ma come **dispositivo cognitivo**. Perché il gioco non rende la matematica più facile, ma la rende **più accessibile**

I vantaggi del gioco

- 1 **Sdrammatizza** una disciplina tradizionalmente ritenuta ostica
- 2 **Coinvolge** i ragazzi, stimolando un approccio attivo verso la materia
- 3 Stimola l'**interazione** tra compagni
- 4 Crea e rafforza **automatismi**
- 5 Stimola a **fare domande**, ma soprattutto ad **ascoltare le risposte**

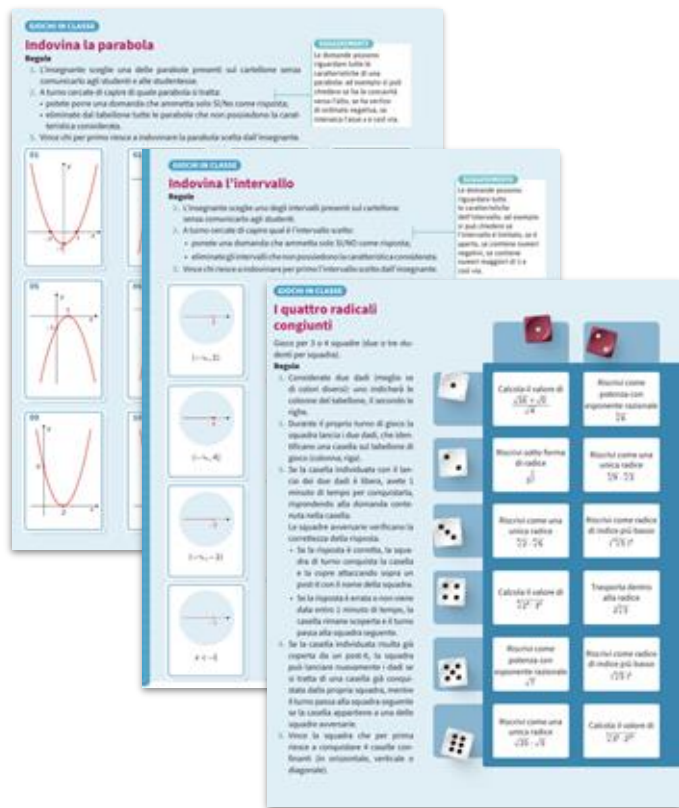
I giochi di cui parliamo

- 1 Nascono dalle esigenze e dalle difficoltà della classe e sono strettamente legati a **contenuti curriculari**
- 2 Sono sempre pensati **per la classe** e non per i singoli studenti
- 3 Rafforzano non solo **conoscenze disciplinari** ma anche **abilità trasversali**
- 4 Hanno anche una **componente aleatoria** per fare in modo che non vincano necessariamente i *bravi in matematica*
- 5 Hanno **regole semplici** e **tempi ragionevoli**, per poter essere utilizzati all'interno della didattica curricolare

Per giocare bene

- 1 Il gioco deve essere progettato per **coinvolgere simultaneamente** tutti gli studenti
- 2 Il gioco deve avere **ritmi e difficoltà** adeguati al livello della classe
- 3 Il gioco deve prevedere un **premio**, eventualmente anche simbolico
- 4 Talvolta è utile prevedere meccanismi di **penalizzazione** per scoraggiare risposte date a caso
- 5 Talvolta può essere utile organizzare **tavoli di gioco omogenei** per favorire la partecipazione e rispettare i diversi stili di apprendimento

Ecco i giochi che trovate nel libro:



- 1 I quattro congiunti (accoglienza, monomi e radicali)
- 2 La tombola (frazioni e geometria analitica)
- 3 Indovina chi (intervalli e parabole)

Indovina chi (regole)

In classe

- L'insegnante **sceglie** uno degli intervalli presenti sul cartellone (senza comunicarlo agli studenti)
- A turno gli studenti fanno **domande** che devono ammettere solo **SI/NO** come risposta
- Gli studenti usano le risposte dell'insegnante per **eliminare** di volta in volta gli intervalli che **non soddisfano le condizioni date**
- Vince il primo studente che indovina l'intervallo scelto dall'insegnante



Adesso

- **Io scelgo** uno degli intervalli presenti sul cartellone (senza dirvelo).
- A turno voi **scrivete in chat domande** che devono ammettere solo **SI/NO** come risposta
- Usate le mie risposte per **eliminare** di volta in volta gli intervalli che **non soddisfano le condizioni date**
- **Vince** il primo che **indovina e scrive in chat** l'intervallo scelto

Esempio

$(-\infty, 2)$	$x > -3$	$x < 4$	$x \leq -5$	$(-\infty, 4]$	$x \geq -6$
$(3, +\infty)$	$-1 < x < 5$	$(-\infty, -2)$	$x \geq 0$	$-3 < x < 1$	$(2, +\infty)$
$x < -1$	$(0, 3]$	$x < 1$	$(-\infty, 0]$	$-3 \leq x \leq 2$	$(-5, 4]$
$[0, 5]$	$-1 \leq x < 6$	$(-\infty, -4)$	$[-4, +\infty)$	$(-\infty, 5]$	$[3, +\infty)$
$x \leq -2$	$x > -5$	$(-6, 1)$	$(6, +\infty)$	$x < -3$	$-6 < x \leq 3$
$[2, +\infty)$	$-1 < x \leq 5$	$[-5, 4)$	$x \geq 4$	$[0, 6]$	$x > 0$

- **Domanda:**
è un intervallo illimitato?
- **Risposta:** SI
- **Azione:**
cancello tutti gli intervalli limitati (ovvero non illimitati)

Esempio

$(-\infty, 2)$	$x > -3$	$x < 4$	$x \leq -5$	$(-\infty, 4]$	$x \geq -6$
$(3, +\infty)$	$-1 < x < 5$	$(-\infty, -2)$	$x \geq 0$	$-3 < x < 1$	$(2, +\infty)$
$x < -1$	$(0, 1)$	$x < 1$	$(-\infty, 0]$	$-3 \leq x < 2$	$(-5, 1)$
$[1, 5]$	$-1 \leq x < 6$	$(-\infty, -4)$	$[-4, +\infty)$	$(-\infty, 5]$	$[3, +\infty)$
$x \leq -2$	$x > -5$	$(-5, 4)$	$(6, +\infty)$	$x < -3$	$-6 < x \leq 3$
$[2, +\infty)$	$-1 < x \leq 5$	$[-5, 4)$	$x \geq 4$	$[0, 4]$	$x > 0$

- **Domanda:**
è un intervallo illimitato?
- **Risposta:** SI
- **Azione:**
cancello tutti gli intervalli limitati (ovvero non illimitati)

Giocare per credere

$(-\infty, 2)$	$x > -3$	$x < 4$	$x \leq -5$	$(-\infty, 4]$	$x \geq -6$
$(3, +\infty)$	$-1 < x < 5$	$(-\infty, -2)$	$x \geq 0$	$-3 < x < 1$	$(2, +\infty)$
$x < -1$	$(0, 3]$	$x < 1$	$(-\infty, 0]$	$-3 \leq x \leq 2$	$(-5, 4]$
$[0, 5]$	$-1 \leq x < 6$	$(-\infty, -4)$	$[-4, +\infty)$	$(-\infty, 5]$	$[3, +\infty)$
$x \leq -2$	$x > -5$	$(-6, 1)$	$(6, +\infty)$	$x < -3$	$-6 < x \leq 3$
$[2, +\infty)$	$-1 < x \leq 5$	$[-5, 4)$	$x \geq 4$	$[0, 6]$	$x > 0$

GIOCHI IN CLASSE

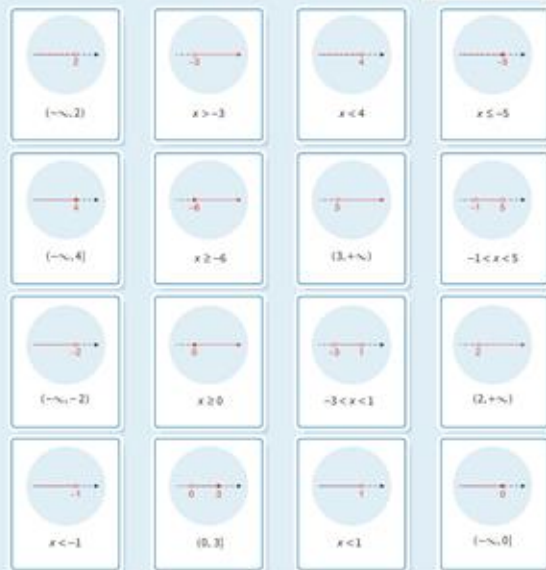
Indovina l'intervallo

Regole

1. L'insegnante sceglie uno degli intervalli presenti sul cartellone senza comunicarlo agli studenti.
2. A turno cercate di capire qual è l'intervallo scelto:
 - ponete una domanda che ammetta solo SÌ/NO come risposta;
 - eliminate gli intervalli che non possiedono la caratteristica considerata.
3. Vince chi riesce a indovinare per primo l'intervallo scelto dall'insegnante.

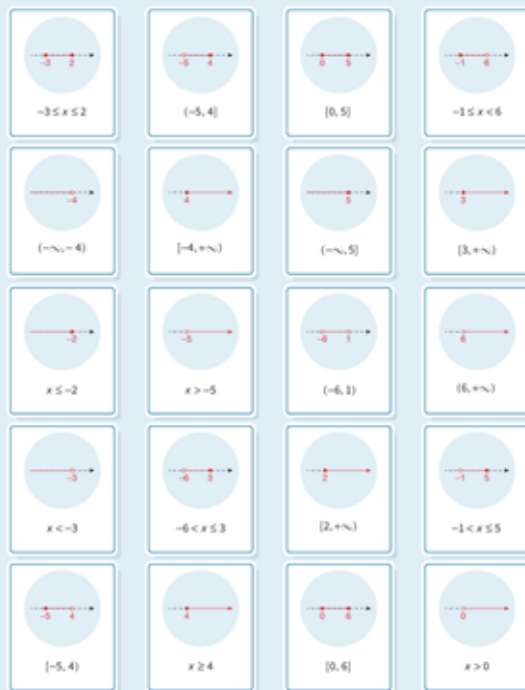
SUGGERIMENTO

Le domande possono riguardare tutte le caratteristiche dell'intervallo: ad esempio si può chiedere se l'intervallo è limitato, se è aperto, se contiene numeri negativi, se contiene numeri maggiori di 1 e così via.



Indovina l'intervallo

GIOCHI IN CLASSE



Crediti

Gioco ideato da Paola Morando, Professore Associato di Fisica Matematica presso l'Università degli Studi di Milano

Insegnare con...

Matematica in chiaro

Relatrice:

Valentina Franceschi

INSEGNARE

Matematica e Fisica

Scuola Secondaria di 2° Grado



Primo biennio

Una matematica
semplice,
chiara,
inclusiva

Equazioni numeriche
interi di primo grado

DEAFLEX

Equazioni di primo grado



1 EQUAZIONI

Dal problema all'equazione

Un **problema** è una proposizione che richiede di determinare i valori di alcune grandezze (dette **incognite**) che abbiano relazioni con altre grandezze (dette **dati**) di cui siano noti i valori.

Ad esempio, sono problemi:

- trovare un numero uguale alla somma delle sue cifre;
 - trovare la diagonale di un quadrato di lato uguale a 5 cm;
 - determinare il prezzo di una merce che, scontata del 15%, costa 45 euro.
- Il problema si dice **possibile** se esistono valori dell'incognita (o delle incognite) che verificano le condizioni poste: tale insieme di valori si dice **soluzione** del problema. In questa Unità ci occuperemo dei problemi a una sola incognita il cui enunciato esprime una relazione tra l'incognita e i dati, che si può sempre scrivere sotto forma di uguaglianza tra due espressioni.

Tale uguaglianza è detta **equazione** e traduce algebricamente il problema.

ESEMPIO

Trovare un numero intero il cui quadrato, diminuito del quadrato del suo successivo, dia una differenza uguale a 3.

Detto x il numero cercato, l'equazione che traduce il problema è:

$$x^2 - (x+1)^2 = 3$$

da cui, eseguendo i calcoli, si ottiene:

$$-2x - 1 = 3$$

che, come si può provare, è verificata per $x = -2$.

Definizione di equazione

DEFINIZIONE

Un'equazione è un'uguaglianza tra due espressioni letterali.

Ad esempio, sono equazioni le seguenti:

$$x(x-1) = 3x+1, \quad x^2 - 2y = 3, \quad x - y = 5x$$

Le espressioni che si trovano a sinistra e a destra del segno di uguaglianza si chiamano, rispettivamente, **primo membro** o **secondo membro** dell'equazione.

Le lettere che compaiono in un'equazione e il cui valore numerico non è noto, si chiamano **incognite** dell'equazione.

Ad esempio, $x(3x-2) = 5x+1$ è un'equazione nell'incognita x .

Classificazione delle equazioni

Un'equazione, rispetto alla **forma algebrica**, si dice:

- intera** se tutti i termini sono interi rispetto all'incognita:

$$2x - \frac{x-1}{5} = \frac{x^2}{7} - 1$$

- frazionaria** se l'incognita compare almeno in un denominatore:

$$1 + 2y = \frac{5}{y-2} + 3$$

Un'equazione, rispetto ai **coefficienti**, si dice:

- numerica** se, oltre all'incognita, contiene solo numeri:

$$\frac{4}{3} + 2\left(x - \frac{1}{5}\right) = x^2 - 3x$$

- letterale** se, oltre all'incognita (che va, quindi, specificata) contiene altre lettere, dette parametri, da considerare costanti:

$$b - 2(x+1) = 2ax - \frac{b}{a}$$

In questa Unità affronteremo lo studio delle **equazioni numeriche intere a una incognita**. Indicheremo tale incognita, generalmente, con la lettera x .

Soluzioni di un'equazione

DEFINIZIONE

Gli eventuali valori dell'incognita che fanno assumere valori uguali ai due membri dell'equazione si dicono **soluzioni** (o **radici**) dell'equazione.

Se un numero è soluzione di un'equazione si dice anche che esso soddisfa, o verifica, l'equazione data.

Ad esempio, $x = -2$ è soluzione dell'equazione $x^2 - 3 = 1$. Infatti, sostituendo nell'equazione data a x il numero -2 , si ottiene un'uguaglianza numerica vera:

$$(-2)^2 - 3 = 1 \Rightarrow 4 - 3 = 1 \Rightarrow 1 = 1$$

L'insieme S di tutte le soluzioni si chiama **insieme soluzione**, o **insieme delle soluzioni**.

Risolvere un'equazione significa stabilire se ammetta o meno soluzioni e, in caso affermativo, determinarle.

ESEMPIO

Per indicare la
incognita si usano di
solito le ultime lettere
dell'alfabeto $x, y, z, \dots$

Teoria
essenziale
ma completa

Focus sul
linguaggio in
matematica

Si esprime che l'esistenza delle soluzioni di un'equazione dipende dall'insieme numerico in cui si cercano tali soluzioni, che viene detto **dominio** o **insieme di definizione** dell'equazione.

ESEMPIO

L'equazione $5x = -10$, ha soluzione $x = -2$ solo se si considera come dominio dell'equazione l'insieme $\mathbb{R}$ o l'insieme $\mathbb{Q}$, o l'insieme $\mathbb{Z}$. La stessa equazione non ammette, infatti, soluzioni nell'insieme $\mathbb{N}$ perché $-2 \notin \mathbb{N}$.

Salvo diversa indicazione cercheremo, d'ora in avanti, le soluzioni di un'equazione nell'insieme $\mathbb{R}$ dei numeri reali.

Equazioni determinate, indeterminate e impossibili

Un'equazione, rispetto alle soluzioni, si dice:

- **determinata** se ha un numero finito di soluzioni.
 $x - 2 = 4$ ha una soluzione: 6. Quindi $5 = |S|$;
- **impossibile** se non ha soluzioni.
 $x = x + 1$ è impossibile perché non esiste alcun numero che sia uguale al suo successivo. Quindi, $5 = |S|$;
- **indeterminata** se ha infinite soluzioni.
 $5x = 2x + 3x$ è verificata da ogni numero reale.
Quindi, $5 = |S|$.

Esercizi a pag. 300

2 PRINCIPI DI EQUIVALENZA**Equazioni equivalenti**

Per determinare l'insieme S delle soluzioni di una data equazione è opportuno tener presente quanto segue.

ATTENZIONE

Due equazioni che contengono la stessa incognita si dicono **equivalenti** se hanno lo stesso insieme soluzione.

Questo significa che due equazioni sono equivalenti se tutte le soluzioni della prima equazione sono anche soluzioni della seconda e viceversa.

ESEMPIO

1. $x - 2 = 6$ e $x + 3 = 5$ sono equivalenti perché hanno entrambe come soluzione $x = 2$;
2. $x - 2 = 6$ e $x + 1 = 4$ non sono equivalenti, perché la prima equazione ha come soluzione $x = 2$, mentre la seconda $x = 3$;
3. $x - 2 = 0$ e $x^2 = 2x$ non sono equivalenti, perché la prima equazione ha come soluzione $x = 2$, mentre la seconda ha come soluzioni $x = 0$ e $x = 2$.

Per risolvere un'equazione cercheremo di trasformarla in equazioni equivalenti e di forma via via più semplice, fino a ottenere un'equazione di cui sia immediato riconoscere l'insieme soluzione.

Le trasformazioni che permettono di sostituire un'equazione con un'altra equivalente derivano da due teoremi fondamentali, detti anche **principi di equivalenza** delle equazioni.

Primo principio di equivalenza**TEOREMA**

Aggiungendo o sottraendo ai due membri di un'equazione uno stesso numero, o una stessa espressione che abbia sempre significato, si ottiene un'equazione equivalente.

Consideriamo l'equazione $2x + 3 = 5$ che ha come soluzione $x = 1$.

Se aggiungiamo a entrambi i membri il numero 8, otteniamo l'equazione:

$$2x + 3 + 8 = 5 + 8$$

che ha come soluzione $x = 1$, ossia è equivalente all'equazione data.

Possiamo quindi paragonare l'equazione $2x + 3 = 5$ a una bilancia in equilibrio che ha su un piatto due pesi da 4 grammi ciascuno e un peso di 3 grammi a, sull'altro piatto, un peso di 5 grammi.



Se aggiungiamo a un piatto un peso di 8 grammi, per mantenere la bilancia in equilibrio dobbiamo aggiungere un peso equivalente sul secondo piatto:



Per evitare errori, è necessario osservare che l'espressione che si aggiunge ad **ambo i membri dell'equazione deve avere sempre significato**. In caso contrario le equazioni potrebbero non essere equivalenti.

Conseguenze del primo principio di equivalenza**REGOLA DELL'INSEGNAMENTO**

Se si trasporta un termine di un'equazione da un membro all'altro, cambiando il segno, si ottiene un'equazione equivalente.

Ad esempio, l'equazione $x + 5 = 8$ è equivalente a $x + 6 = 5$, ottenuta portando il termine $+5$ nel secondo membro con il segno cambiato.

REGOLA DEI TERMINI SEMPLICI

Se nei due membri di un'equazione compare uno stesso termine, tale termine può essere soppresso in entrambi i membri, purché le eventuali soluzioni della nuova equazione non facciano perdere di significato ai termini soppressi.

ATTENZIONE

$x + \frac{1}{x} = \frac{1}{x}$
non è equivalente a $x = 0$ in quanto la soluzione della seconda, che è $x = 0$, fa perdere di significato al termine $\frac{1}{x}$.

REGOLA

Trasportare un termine da un membro all'altro cambiando il segno equivale a sottrarre quel termine da entrambi i membri.

Schemi e visualizzazioni

ESEMP

Poiché il dominio di un'equazione di primo grado numerica intera è $\mathbb{R}$, se tale equazione è indeterminata allora ammette come soluzione qualunque valore reale.

Poiché il quoziente di due numeri è finito, l'equazione ha **una e una sola** soluzione ed è, quindi, **determinata**.

Se $\frac{a}{b} = 0$, il termine incognito è nullo.

In tal caso:

- se $\frac{a}{b} \neq 0$, l'equazione assume la forma $0 \cdot x = 0$ ed è verificata per qualunque valore assegnato a x . L'equazione è, quindi, **indeterminata**;
- se $\frac{a}{b} \neq 0$, l'equazione assume la forma $0 \cdot x = b$, con $b \neq 0$ e, non potendo essere verificata da alcun valore assegnato a x , è **impossibile**.

Risoluzione di un'equazione di primo grado

Il procedimento risolutivo di un'equazione numerica intera di primo grado è illustrato mediante lo schema seguente.

SCHEMA DI RISOLUZIONE DI UN'EQUAZIONE DI PRIMO GRADO

1. Si effettuano, se sono presenti, i prodotti indicati.
2. Si libera l'equazione dagli eventuali denominatori.
3. Si riuniscono i termini contenenti l'incognita in un membro (generalmente nel primo membro) e i termini noti nell'altro.
4. Si riducono i termini simili in ciascun membro. L'equazione ottenuta è, quindi, del tipo: $ax = b$.

A questo punto si possono presentare i seguenti casi:

Se	La soluzione	L'equazione è:	L'insieme soluzione è:
$a \neq 0$	è unica: $x = \frac{b}{a}$	determinata	$S = \left\{ \frac{b}{a} \right\}$
$a = 0$	è un numero qualunque	indeterminata	$S = \mathbb{R}$
$a = 0$	non esiste	impossibile	$S = \emptyset$

ESEMP

Analizziamo le seguenti equazioni.

1. $x + 3 = 3x - 5 + 2x$

Trasportiamo i termini con la x al primo membro e i termini noti al secondo membro:

$$x - 3x - 2x = -5 - 3$$

Riduciamo i termini simili:

$$-4x = -8$$

Moltiplichiamo ambo i membri per -1 :

$$4x = 8$$

Dividiamo, infine, ambo i membri per 4:

$$\frac{4x}{4} = \frac{8}{4} \Rightarrow x = 2$$

La soluzione dell'equazione data è quindi il numero 2.

Per verificare l'esattezza della soluzione trovata sostituiamo, nell'equazione data, al posto di x , il numero 2:

$$2 + 3 = 3 \cdot 2 - 5 + 2 \cdot 2$$

Eseguendo i calcoli indicati, otteniamo:

$$5 = 6 - 5 + 4 \quad \text{ovvero:} \quad 5 = 5$$

Il che prova che, per $x = 2$, ambo i membri dell'equazione assumono lo stesso valore, cioè che la soluzione trovata è corretta.

2. $2(x - 1) - 3(x + 1) = -x - 5$

Svolgendo i calcoli e procedendo come nel caso precedente, si ha:

$$2x - 2 - 3x - 3 = -x - 5$$

$$2x - 3x + x = -5 + 2 + 3$$

$$0 \cdot x = 0$$

L'equazione data è, quindi, **indeterminata**.

3. $\frac{1}{2}x + \frac{5x + 5}{4} = x - \frac{3 - x}{4}$

Riduciamo entrambi i membri al minimo comune denominatore 4 ed eliminiamo i denominatori:

$$\frac{1}{4}x + \frac{5x + 5}{4} = \frac{4x - (3 - x)}{4}$$

Isolando i termini con l'incognita e riducendo i termini simili, si ha:

$$5x - 4x - x = -2 - 5 - 3 + 0 \quad x = -10$$

L'equazione data è, quindi, **impossibile**.

ESEMP

Verificare l'esattezza di una soluzione significa sostituirlo nell'equazione iniziale, al posto dell'incognita. Il valore numerico trovato, se si ottiene un'uguaglianza numerica:

- vera, allora la soluzione è esatta;
- falsa, allora la soluzione non è corretta.

ESERCIZI a pag. 273

4 PROBLEMI DI PRIMO GRADO

Lo schema di ragionamento da seguire per risolvere problemi che si traducono in un'equazione di primo grado a una incognita si articola in diverse fasi.

1 Analisi del testo e scelta dell'incognita

Attraverso la lettura e l'analisi accurata del testo di un problema, si individua la grandezza che può essere considerata come incognita.

2 Traduzione del problema in equazione

Si traduce l'enunciato del problema nel linguaggio algebrico, cioè si esprime con un'equazione il legame fra l'incognita e i dati.

3 Risoluzione dell'equazione

Si risolve l'equazione trovata con le tecniche precedentemente illustrate.

4 Discussione della soluzione

Si verifica se la soluzione ottenuta soddisfa le condizioni del problema (se sia, quindi, accettabile). Ad esempio, la soluzione deve essere: un numero intero positivo, se indica persone o animali; un numero positivo, se indica la misura del perimetro o l'area di una figura piana.

Schemi procedurali e tabelle

ESEMPIO

1. In un rettangolo, la base è il triplo dell'altezza e la loro differenza è di 28 cm. Quanto misura la base?

Analisi del testo e scelta dell'incognita

Sappiamo che:

$$\begin{aligned} 3x &= 3 \cdot 28 \\ 3x - 28 &= 28 \quad (\text{in cm}) \end{aligned}$$

Se dunque indichiamo con x la misura dell'altezza, possiamo esprimere la misura della base con $3x$. L'incognita deve essere positiva.



Traduzione del problema in equazione

$$3x - x = 28$$

base altezza differenza fra base e altezza

Risoluzione dell'equazione

$$3x - x = 28 \quad \text{cioè: } 2x = 28 \quad \text{e quindi: } x = \frac{28}{2} = 14$$

Discussione della soluzione

La soluzione $x = 14$ è accettabile, perché la misura di un segmento deve essere un numero positivo. La base misura $3x = 42$.

2. Un problema di Eulero

Un padre ha tre figli e lascia in eredità 1400 corone. Il testamento precisa che il maggiore deve ricevere 200 corone più del secondo e il secondo 100 corone più dell'ultimo. Qual è la somma ereditata da ciascun figlio?

Scelta dell'incognita

Sia x (in corone) la parte di eredità del figlio maggiore. La parte del secondo è $x - 200$, quella del terzo $(x - 200) - 100 = x - 300$. Il dominio è l'insieme dei numeri reali positivi.

Traduzione del problema in equazione

$$x + (x - 200) + (x - 300) = 1400$$

eredità del 1° figlio eredità del 2° figlio eredità complessiva

Risoluzione dell'equazione

$$\begin{aligned} x + (x - 200) + (x - 300) &= 1400 \rightarrow \\ \rightarrow 3x - 500 &= 1400 \rightarrow x = 700 \end{aligned}$$

Discussione della soluzione

La soluzione x è positiva, e quindi è accettabile. Il primo figlio eredita 700 corone, il secondo 500 e l'ultimo 400.

ESERCIZI a pag. 266

EQUAZIONE

Si chiama **equazione** un'uguaglianza tra due espressioni letterali. Si dicono **soluzioni** dell'equazione gli eventuali valori dell'incognita che fanno assumere valori uguali ai due membri dell'equazione.

ESEMPIO

$3x - 1 = x + 5$ ammette come soluzione il numero 3

Equazioni equivalenti

Due equazioni si dicono **equivalenti** se hanno lo stesso insieme soluzione.

PRIMO PRINCIPIO DI EQUIVALENZA

Addizionando e sottraendo ai due membri di un'equazione uno stesso numero, o una stessa espressione che abbia sempre significato, si ottiene un'equazione equivalente.

Conseguenze

Regola del trasporto

Si può trasportare un termine da un membro all'altro purché lo si cambi di segno.

ESEMPIO

$$x - 3 = 8 \quad \rightarrow \quad x = 8 + 3$$

è equivalente a $x = 11$

Regola di cancellazione

Si può sopprimere uno stesso termine che compare in entrambi i membri.

ESEMPIO

$$x + 3x - 2 = 3x$$

è equivalente a $x = 2$

Equazione di primo grado

Un'equazione in una sola incognita x si dice di primo grado se è riconducibile alla forma $ax = b$.

• Se $a \neq 0$

$$x = \frac{b}{a} \quad \text{equazione determinata.}$$

$$\bullet \text{ Se } a = 0 \text{ e } b \neq 0$$

$$0x = 0 \rightarrow 0 = 5 \quad \text{equazione indeterminata.}$$

$$\bullet \text{ Se } a = 0 \text{ e } b = 0$$

$$0x = 0 \rightarrow 0 = 0 \quad \text{equazione impossibile.}$$

• Se $a = 0$ e $b \neq 0$

$$0x = 5 \rightarrow 0 = 5 \quad \text{equazione impossibile.}$$

ESEMPIO

$$x - 2 = 6 \text{ ha una soluzione: } x = 8$$

$$x + x = 5 \text{ è impossibile: } 2x = 5$$

$$5x - 3x = 2x \text{ è verificata da ogni numero reale: } 2x = 2x$$

SECONDO PRINCIPIO DI EQUIVALENZA

Moltiplicando o dividendo i due membri di un'equazione per uno stesso numero **diverso da zero**, o per una stessa espressione algebrica che non perda significato e non si annulli mai, si ottiene un'equazione equivalente.

Conseguenze

Regola del cambiamento di segno

Si può cambiare il segno a tutti i termini presenti nei due membri di un'equazione.

ESEMPIO

$$-2x + 3 = x - 4 \quad \text{è equivalente a} \quad -2x - 3 = -x - 4$$

Regola della divisione per un fattore comune

Si possono dividere tutti i termini dell'equazione per un divisore comune.

ESEMPIO

$$15x + 12 = 6(x - 3) - 20 \quad \text{è equivalente a} \quad 5x + 3 = x - 3 - 5$$

Regola di eliminazione dei denominatori

Se in un'equazione sono presenti termini frazionari, si possono moltiplicare entrambi i membri per il minimo comune denominatore.

ESEMPIO

$$\frac{x}{2} + \frac{3}{4} - 3x = -\frac{1}{4} \quad \text{è equivalente a} \quad 2x + 3 - 12x = -1$$

$$\text{è equivalente a} \quad 6x + 4 - 36x = 3$$

Focus sui problemi

Mappe per collegare i concetti



**Valentina
Franceschi**

Docente di Scienze
(Chimica, Biologia,
Biochimica, Scienze della
Terra e Scienze Naturali)

Il mio profilo

Homepage

I miei libri

Aree docenti

HUB Test e Invalsi

Classi

App di lettura

<https://areadocenti.hubscuola.it>

Le mie Aree Docenti

Aree Docenti relative alle materie che hai indicato:



• SCUOLA SECONDARIA DI SECONDO GRADO

Area Fisica



• SCUOLA SECONDARIA DI SECONDO GRADO

Area Matematica

TUTOR AI



• SCUOLA SECONDARIA DI SECONDO GRADO

Area Scienze Naturali

TUTOR AI

Valentina Franceschi
Docente di Scienze
(Chimica, Biologia,
Biochimica, Scienze della
Terra e Scienze Naturali)

Il mio profilo

Homepage

I miei libri

Aree docenti

HUB Test e Invalsi

Classi

App di lettura

SCUOLA SECONDARIA DI SECONDO GRADO - PRIMO BIENNIO

Area Matematica

Lezioni digitali | Video | GeoGebra | Didattica inclusiva | Educazione civica | Compiti di realtà

Attività TEAL | Modellizzazione | Unità di Apprendimento | Didattica ludica e laboratoriale | CLIL

Per saperne di più | Valutazione

Tutor AI

Primo biennio | Lezioni digitali

Lezioni digitali

Numeri e insiemi →

Calcolo letterale →

Funzioni →

Equazioni di primo grado →

Disequazioni di primo grado →

Radicali →

Sistemi lineari →

Piano cartesiano e retta →

Equazioni di secondo grado →

Disequazioni di secondo grado →

Sistemi di secondo grado →

Equazioni, disequazioni e sistemi di grado superiore al secondo →

Equazioni irrazionali →

Risoluzione delle equazioni di primo grado numeriche intere



Risoluzione delle equazioni di primo grado numeriche intere

1 DA SAPERE

RICHIAMI DI TEORIA

MAPPA

2 COME SI FA

3 ORA TOCCA A TE

MAPPA

Equazioni di primo grado numeriche intere

Se l'incognita è x , sono le equazioni riconducibili alla forma $ax = b$.

Risoluzione dell'equazione $ax = b$



Procedimento risolutivo

Metodo generale per risolvere equazioni di primo grado numeriche intere.

ESEMPIO

Risoliamo l'equazione $\frac{1}{3}x + \frac{x+2}{2} = 4 - x$.

$$6 \cdot \left(\frac{1}{3}x + \frac{x+2}{2} \right) = 6 \cdot (4 - x)$$

$$2x + 3x + 3 = 24 - 6x$$

$$2x + 3x + 6x = 24 - 3$$

$$11x = 21$$

$$x = \frac{21}{11}$$

Scegli le eventuali operazioni.

Se l'equazione ha coefficienti frazionari, moltiplica entrambi i membri per il m.c.m. dei denominatori, in modo da ricondurla a un'equazione a coefficienti interi.

Raggruppa tutti i termini con la x al primo membro e tutti i termini numerici al secondo, riducendo gli eventuali termini simili.

Rischi l'equazione del tipo $ax = b$ a cui sei giunto.



DEASCUOLA

3 EQUAZIONI NUMERICHE INTERE DI PRIMO GRADO

RISOLUZIONE DI UN'EQUAZIONE NUMERICA

1. si effettuano i prodotti indicati;
2. si libera l'equazione dagli eventuali denominatori;
3. si riuniscono i termini contenenti l'incognita a primo membro e i termini noti al secondo;
4. si riducono i termini simili in ciascun membro per ottenere un'equazione del tipo $ax = b$.

LA SOLUZIONE

è unica se $a \neq 0$ vale $x = \frac{b}{a}$;
l'equazione è **determinata**

è un numero qualunque se $a = 0$ e
 $b = 0$; l'equazione è **indeterminata**

non esiste se $a = 0$ e $b \neq 0$;
l'equazione è **impossibile**

Teoria a pag. 263

PER COMINCIARE

55 IDENTIKIT Assegna ognuna delle seguenti equazioni al contenitore appropriato.

$$0x = 4, \quad 2x = 0, \quad 0x = 0, \quad 0x = -9, \quad 3x = 6, \quad 2x = 5 + 2x, \quad -4x - 8 + 2 = -4x - 6$$



56 ASSOCIA ad ogni equazione il relativo insieme delle soluzioni.

a. $-4 + 4x = -1 + x$

b. $8x = 12x - 3$

c. $8x + 13x = 21x - 1$

d. $3x = 4x - x$

A. $S = \left\{ \frac{4}{3} \right\}$

B. $S = \emptyset$

C. $S = \mathbb{R}$

D. $S = \{x\}$

57 Vero o falso?

Motiva sul quaderno le tue risposte.

a. L'equazione $2x + 11 = x - 7$ è di primo grado.

b. L'equazione $2x = 1$ ha come soluzione l'opposto di 2.

c. L'equazione $3x = -6$ è impossibile.



Mappe
operative
per ogni
paragrafo di
esercizi

Esercizi visuali
per cominciare

Allenarsi

ESERCIZIO SVOLTO Risolviamo le seguenti equazioni in $\mathbb{R}$.

$$a. -18x + 2(x + 3) = 13 + x + 3(x + 1)$$

1. Eseguiamo i calcoli:

$$-18x + 2x + 6 = 13 + x + 3x + 3$$

2. Trasportiamo al primo membro i termini contenenti l'incognita e al secondo membro i termini noti:

$$-18x + 2x + x - 3x = 13 + 3 - 6$$

3. Riduciamo i termini simili:

$$-25x = 10 \quad \text{oppure} \quad 25x = -10$$

4. Dividiamo entrambi i membri per 25:

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$b. 2(1 - 2x) = 7x - x + 2(1 + 2x)$$

Eseguiamo i calcoli:

$$2 - 4x + 7x = -x + 2 + 4x$$

Trasportiamo al primo membro i termini contenenti l'incognita e al secondo membro i termini noti:

$$-4x + 7x + x - 4x = -2 + 2 \quad \Rightarrow \quad 0 \cdot x = 0$$

L'equazione è verificata per qualunque valore si attribuisca all'incognita, cioè è **indeterminata**.

$$c. 2 + 3(6x - 2) = 9(3 - 2x) + 7$$

Eseguiamo i calcoli:

$$2 + 18x - 6 = 27 - 18x + 7$$

L'equazione ottenuta non ha termini contenenti l'incognita.

Trasportiamo al secondo membro i termini noti:

$$0 \cdot x = -2 + 6 + 27 + 7 \quad \text{ossia} \quad 0 \cdot x = 38$$

L'equazione data non ammette soluzioni ed è, quindi, **impossibile**.

SVOLTI In ciascuno dei seguenti casi determina il coefficiente di x in modo tale che l'equazione data abbia come soluzione il valore scritto a fianco.

$$10. \dots x = 10; \quad x = 2 \quad [1] \quad 11. \dots x = 2; \quad x = \frac{1}{2} \quad [4]$$

$$12. \dots x = 18; \quad x = 3 \quad [6] \quad 13. \dots x = \frac{1}{2}; \quad x = 2 \quad \left[-\frac{1}{4}\right]$$

$$14. \dots x = 24; \quad x = 8 \quad [3] \quad 15. \dots x = 4; \quad x = -2 \quad [-2]$$

$$16. \dots x = 15; \quad x = 3 \quad [7] \quad 17. \dots x = \frac{1}{3}; \quad x = \frac{1}{6} \quad [2]$$

SVOLTI In ciascuno dei seguenti casi determina il coefficiente di x in modo tale che l'equazione data sia impossibile.

$$18. 3x + 4 = \dots x + x - 2 \quad [2] \quad 19. 6x + 5 = -8x + \dots x + 3 \quad [10]$$

$$20. 5(x + 2) = 3(x + 1) + \dots x \quad [1] \quad 21. 3(x + 1) = -3x + \dots x + 2 \quad [6]$$

$$22. 2x - 3 = \dots x - x + 4 \quad [1] \quad 23. (x + 1)^2 = (x - 1)^2 + \dots x + 3 \quad [4]$$

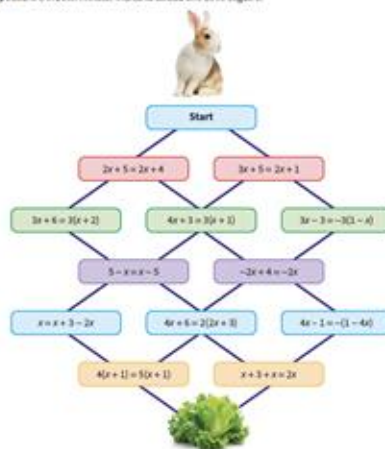
$$24. 4(x + 3) = 2(2x + 3) - \dots x \quad [6] \quad 25. (x - 2)(x + 3) = \dots x + x^2 + 1 \quad [1]$$

SVOLTI In ciascuno dei seguenti casi determina il coefficiente di x in modo tale che l'equazione data sia indeterminata.

$$26. 2 = 4x + \dots x + 3x + 2 \quad [7] \quad 27. 8(x + 1) = \dots x + 3 + 3(x + 1) + 2 \quad [5]$$

$$28. 7(x - 1) = \dots x + 4 - 11 \quad [7] \quad 29. 7(2x + 4) = 3 + 2(\dots x + 5) + 15 \quad [7]$$

Labirinto Per raggiungere la verdura il coniglio deve passare per equazioni che non risultino impossibili o indeterminate. Indica la strada che deve seguire.



Giochi per
allenarsi
divertendosi

Risolvi in $\mathbb{R}$ le seguenti equazioni numeriche intere a coefficienti frazionari.

ESERCIZIO SVOLTO Risolviamo le seguenti equazioni in $\mathbb{R}$.

$$a. \frac{6-x}{3} - \frac{1+x}{4} = \frac{x-1}{2}$$

1° Riduciamo entrambi i membri al m.c.m. dei denominatori e liberiamo l'equazione dai denominatori:

$$\frac{4(6-x) - 3(1+x)}{12} = \frac{6(x-1)}{12}$$

2° Risolviamo l'equazione a coefficienti interi così ottenuta:

$$24 - 4x - 3 - 3x = 6x - 6 \rightarrow -4x - 3x - 6x = -6 - 24 + 3 \rightarrow -13x = -27 \rightarrow x = \frac{27}{13}$$

$$b. \frac{(1+x)^2}{2} - \frac{(1-x)^2}{3} = \frac{x(x+5)}{6}$$

3° Eseguiamo le operazioni indicate e riduciamo entrambi i membri al m.c.m. dei denominatori:

$$\frac{1+x^2+2x}{2} - \frac{1+x^2-2x}{3} = \frac{x^2+5x}{6}$$

$$\frac{3(1+x^2+2x) - 2(1+x^2-2x)}{6} = \frac{x^2+5x}{6}$$

4° Risolviamo l'equazione:

$$3+3x^2+6x-2-2x^2+4x = x^2+5x$$

$$+3x^2+6x-2x^2+4x-x^2-5x = -3+2 \rightarrow x = -1$$

ESERCIZIO GUIDATA

$$\frac{1}{15} + 2x = \frac{4}{3}x + \frac{1}{5} \rightarrow \frac{1+x}{15} = \frac{4x+3}{15} \rightarrow 1+x = 4x+3 \rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

ESERCIZIO GUIDATA

$$\frac{1}{10}x - 1 = \frac{2}{5}x + \frac{7}{10} \rightarrow \frac{x-10}{10} = \frac{2x+7}{10} \rightarrow x-10 = 2x+7 \rightarrow -3x = 17 \rightarrow x = -\frac{17}{3}$$

$$129 \quad 2x + \frac{1}{3} = -\frac{2}{5} \quad \left[-\frac{11}{30}\right] \quad 130 \quad \frac{2}{3}x + 4 = 4 \quad [0]$$

$$131 \quad 4 - 5x = \frac{3}{5}x \quad \left[\frac{3}{4}\right] \quad 132 \quad \frac{1}{2}x + \frac{3}{4} = -\frac{1}{2} \quad \left[\frac{5}{2}\right]$$

$$133 \quad \frac{5}{8} - 3x = \frac{1}{4} \quad \left[\frac{1}{8}\right] \quad 134 \quad \frac{2}{5}x - 6 = \frac{1}{3}x - 3 \quad [43]$$

$$135 \quad 8x - \frac{1}{3} = \frac{5}{4}x - \frac{4}{3} \quad \left[-\frac{4}{27}\right] \quad 136 \quad \frac{1}{3}x - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2} \quad [12]$$

$$137 \quad \frac{6}{3}x + \frac{1}{3} = -\frac{5}{6}x + 3x \quad \left[\frac{7}{18}\right] \quad 138 \quad \frac{2}{5}x + \frac{1}{3}x = \frac{1}{10}x + 10 \quad [-60]$$

$$139 \quad \frac{2}{3}x - \frac{3}{2} = 2x + \frac{1}{14} \quad \left[-\frac{11}{12}\right] \quad 140 \quad 2x - \frac{5}{4} = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \quad \left[-\frac{1}{6}\right]$$

$$141 \quad \frac{1}{3}x - 3 = 5 \quad [24] \quad 142 \quad -5x + \frac{1}{3} = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{6} \quad \left[\frac{1}{9}\right]$$

$$143 \quad \frac{2}{3}(x+1) - \frac{1}{2}x = x+3 \quad \left[-\frac{14}{5}\right]$$

$$144 \quad \frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = \frac{5}{6} \quad \left[\frac{1}{8}\right]$$

$$145 \quad \frac{2}{3}x + 4 = \frac{1}{2}x - 1 \quad [8]$$

$$146 \quad \frac{1}{4}x - \frac{1}{5} = 2x+1 \quad \left[-\frac{2}{3}\right]$$

$$147 \quad \frac{2}{5}x - \frac{3}{5} - \frac{1}{5}x = 1 + \frac{1}{5}x - \frac{1}{5} - \frac{1}{5} \quad [-9]$$

$$148 \quad \frac{1}{2} + \frac{5}{6}x - \frac{1}{3}x = \frac{1}{3} = \frac{3}{6}x - \frac{1}{3} \quad \left[-\frac{4}{9}\right]$$

$$149 \quad \frac{4x}{3} - \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - 1 = \frac{x+2}{5} - \frac{x-4}{2} \quad [8]$$

$$150 \quad \frac{5-x}{3} + 4 = 0 \quad [17]$$

$$151 \quad \frac{5x+3}{7} - \frac{3x+1}{2} = \frac{1}{2} \quad \left[-\frac{8}{11}\right]$$

$$152 \quad \frac{x-3}{20} + \frac{x+1}{4} = \frac{3x-6}{10} \quad [\text{impossibile}]$$

$$153 \quad \frac{1-2x}{24} + 2 - \frac{2-x}{3} = \frac{2x-3+x}{8} \quad [34]$$

$$154 \quad \frac{x+1}{2} - \frac{x-2}{3} = \frac{6x-1}{6} - \frac{1}{3} \quad [2]$$

$$155 \quad 5 = \frac{4-2x}{3} = 3 \quad [-1]$$

$$156 \quad \text{VIDEO RISOLTO} \quad \frac{5}{2}(2x - \frac{1}{2}) = \frac{1}{6}(x + \frac{1}{2})$$

$$157 \quad \left(5 + \frac{x-1}{2}\right) : 3 = 1 \quad [2]$$

$$158 \quad \left(3 - \frac{1-4x}{2}\right) : 6 = -x \quad [30]$$

$$159 \quad \frac{6-x}{4} - \frac{2+x}{4} = \frac{x-1}{2} \quad \left[-\frac{4}{11}\right]$$

$$160 \quad \frac{1}{2}(2(x+1) - x - 1) + \frac{1}{3}(x+1) = \frac{5x+5}{6} \quad [0]$$

$$161 \quad \frac{15x+10}{6} - \frac{9}{4}x - 4x - 1 = \frac{1-16x}{4} - \frac{3x-5}{3} \quad [\text{indeterminata}]$$

$$162 \quad \frac{2-x}{9} - \left(\frac{x}{3} + 2\right) - \frac{x+1}{18} = \frac{5}{6}x - \frac{1}{2} \quad [-12]$$

$$163 \quad \frac{3x-2}{3} - \frac{x-12}{2} + 9 = \frac{5x-16}{4} + \frac{5}{3}x \quad [8]$$

$$164 \quad \frac{x+2}{2} + \frac{3x-6}{3} - \frac{5-x}{6} = \frac{2x-7}{4} \quad \left[\frac{1}{2}\right]$$



Esercizi svolti,
guidati e video
risolti

Risolvi in $\mathbb{R}$ le seguenti equazioni numeriche intere a coefficienti frazionari.

ESERCIZIO SVOLTO Risolviamo le seguenti equazioni in $\mathbb{R}$.

a. $\frac{6-x}{3} - \frac{1+x}{4} = \frac{x-1}{2}$

1) Riduciamo entrambi i membri al m.c.m. dei denominatori e liberiamo l'equazione dai denominatori:

$$\frac{4(6-x) - 3(1+x)}{12} = \frac{6(x-1)}{12}$$

2) Risolviamo l'equazione a coefficienti interi così ottenuta:

$$24 - 4x - 3 - 3x = 6x - 6 \rightarrow -4x - 3x - 6x = -6 - 24 + 3 \rightarrow -13x = -27 \rightarrow x = \frac{27}{13}$$

b. $\frac{(1+x)^2}{2} - \frac{(1-x)^2}{3} = \frac{x(x+9)}{6}$

3) Eseguiamo le operazioni indicate e riduciamo entrambi i membri al m.c.m. dei denominatori:

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{3}{2}$$

Risolvere un'equazione numerica intera a coefficienti frazionari

Risolvi la seguente equazione a coefficienti frazionari.

$$\frac{5}{2} \left(\frac{2}{5}x - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{6} \left(x + \frac{5}{2} \right)$$

$$\frac{5}{2} \left(\frac{2}{5}x - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{6} \left(x + \frac{5}{2} \right) \Leftrightarrow \frac{5}{2} \left(\frac{4x-5}{10} \right) = \frac{1}{6} \left(\frac{2x+5}{2} \right)$$

1583 $\frac{2}{3}(x+1) - \frac{1}{2}x = x+3$

1584 $\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = \frac{5}{6}$

1585 $\frac{2}{3}x + 4 = \frac{3}{2}x - 1$

1586 $\frac{1}{4}x - \frac{1}{6} = 2x+1$

1587 $\frac{2}{3}x - \frac{3}{5} - \frac{1}{3}x = 1 + \frac{1}{5}x - \frac{1}{3} - \frac{1}{15}$

1588 $\frac{1}{2} + \frac{5}{4}x - \frac{1}{6}x + \frac{1}{4} = \frac{3}{10}x - \frac{1}{2}$

1589 $\frac{4x}{2} - \frac{2}{3} + \frac{x}{6} + 1 - 15 = \frac{x+2}{2} - \frac{x-4}{3}$

$\left[-\frac{14}{5} \right]$

$\left[\frac{1}{6} \right]$

$[6]$

$\left[\frac{2}{3} \right]$

$[-9]$

$\left[\frac{4}{3} \right]$

$[8]$

$[17]$

$\left[-\frac{8}{11} \right]$

$[impossibile]$

$[34]$

$[2]$

$[-1]$

$[2]$

$[-3]$

$\left[\frac{4}{11} \right]$

$[0]$

$[indeterminata]$

$[1]$

$[-1]$

$[8]$

$\left[-\frac{1}{2} \right]$

$[28]$

$[2]$

$[-3]$

$\left[\frac{4}{11} \right]$

$[0]$

$[indeterminata]$

$[1]$

$[-1]$

$[8]$

$\left[-\frac{1}{2} \right]$

4 PROBLEMI DI PRIMO GRADO

RISOLUZIONI DI PROBLEMI DI PRIMO GRADO

1. Analizza il testo e individua l'incognita
2. Traduci il problema in un'equazione
3. Risolvi l'equazione
4. Verifica che la soluzione soddisfi le condizioni del problema

"Il doppio", "il triplo",... si traducono con $2x$, $3x$, ...
 "un numero sommato alla sua metà" si traduce con $x + \frac{x}{2}$
 "la terza parte di un numero" si indica con $\frac{x}{3}$
 "il consecutivo di un numero" è $x + 1$

Teoria a pag. 265

PER COMINCIARE

279 **A PAROLE** Quale, tra i seguenti problemi, si traduce nell'equazione $3(2x + 1) = 15$?

- Determina un numero, sapendo che il triplo del suo doppio addizionato a 1 è uguale a 15
- Determina un numero, sapendo che il triplo della somma tra il suo doppio e 1 è uguale a 15
- Determina un numero, sapendo che il doppio del suo triplo addizionato a 1 è uguale a 15

A PAROLE Quale tra le equazioni proposte (a, b, c) traduce in simboli l'enunciato del problema?

280



Trova un numero tale che il doppio del suo antecedente sia uguale al numero stesso aumentato di 3.

- $2x - 1 = x + 3$
- $2(x - 1) = x + 3$
- $2(x - 1) = (x - 1) + 3$

281



Trova quel numero che sottratto da 7 superi di 1 il suo doppio.

- $x - 7 = 2(x + 1)$
- $7 - x + 1 = 2x$
- $7 - x = 2x + 1$

282



Trova un numero tale che sommando 15 ai suoi $\frac{3}{7}$ si ottenga il triplo del numero diminuito di 3.

- $15 + \frac{3}{7} = 3x - 3$
- $15 + \frac{3}{7}x = x - 3$
- $15 + \frac{3}{7}x = 3x - 3$

283



Trova un numero tale che il successivo del suo doppio superi di 3 il numero stesso.

- $2x + 1 - 3 = x$
- $2(x + 1) = x + 3$
- $2x + 1 = x - 3$

Focus sul linguaggio in matematica

284 **A PAROLE** Quale, tra i seguenti problemi, si traduce nell'equazione $2x + (2x + 1) = 17$?

- Determina un numero, sapendo che, addizionando al suo doppio il successivo del numero stesso, si ottiene 17.
- Determina un numero sapendo che, addizionando al suo doppio il doppio del numero stesso, si ottiene 17.
- Sommando al doppio di un numero il successivo del doppio del numero stesso si ottiene 17. Determina tale numero.

285 **GIOCO** Un mattone pesa un chilogrammo più mezzo mattone. Quanto pesa il mattone?



[2 kg]

286

240 Nella sede centrale di una banca lavorano 350 persone: fra dirigenti, funzionari e impiegati. Ogni dirigente ha alle sue dipendenze 10 funzionari e 4 impiegati e ogni funzionario ha alle sue dipendenze 2 impiegati. Calcola il numero di dirigenti, funzionari e impiegati che lavorano in quella banca. [33; 100; 240]

241 Se a un ricevimento fossero intervenute $\frac{1}{3}$ di persone in meno, si sarebbero contati 120 partecipanti. Trova il numero di persone presenti al ricevimento. [140]



242 Due amici stanno leggendo lo stesso libro, che è di 350 pagine. Il primo ha letto $\frac{2}{3}$ in più del secondo e deve leggere ancora 75 pagine. Quante pagine ha letto il secondo? [145]

243 In un'assemblea $\frac{3}{5}$ dei presenti hanno dato voto favorevole alla presidenza, $\frac{1}{5}$ voto contrario e 24 si sono astenuti. Quanti erano i presenti, quanti i favorevoli e quanti i contrari alla presidenza? [360; 216; 120]

244 Un contadino ha 40 litri di vino contenuto in parte in bottiglie da 0,8 litri e in parte in fiaschi da 1,50 litri. In tal modo ha riempito 27 recipienti. Decide di travasare tutto il vino che è nei fiaschi in bottiglie della stessa capacità di quelle già riempite. Quante altre bottiglie deve usare? [36]

245 Su una nave da crociera sono imbarcati 700 passeggeri. Quelli che viaggiano in classe lusso sono $\frac{1}{4}$ di quelli di prima classe, e i passeggeri di seconda classe sono $\frac{7}{3}$ della somma delle altre due. Quanti passeggeri ci sono in ogni classe? [42; 144; 490]

246 Un gruppo di amici effettua un viaggio di 390 km in quattro tappe. Nella seconda tappa percorre $\frac{3}{4}$ della strada percorsa nella prima; la terza tappa è la media delle prime due; l'ultima è $\frac{7}{7}$ della terza. Quanti chilometri vengono percorsi in ciascuna tappa? [120 km; 90 km; 105 km; 75 km]

247 In un bar, un gruppo di ragazzi bevono tutti una stessa bibita, che costa 3 euro. Al momento di pagare risulta che uno è senza soldi, due hanno solo 1,5 euro a testa, per cui ognuno degli altri deve sborsare 4 euro. Quanti sono i ragazzi? [8]

248 Anna pone a Francesca il seguente rompicapo: «In questo istante l'orologio segna un orario i cui $\frac{5}{3}$ sono uguali al doppio delle ore che l'orologio segnava 6 ore fa. Che ore sono?». [16; 15]

249 L'età di Miriam è il triplo della somma delle età dei suoi due figli. Sapendo che il maggiore di essi ha il doppio dell'età del minore e che Miriam aveva 32 anni quando è nato il minore, calcola quanti anni avrà Miriam tra quindici anni. [34]

250 **EDUCAZIONE FINANZIARIA** Tre soci costituiscono un capitale di 6.400.000 euro. Sapendo che il secondo socio versa 1.500.000 euro più del primo e il terzo 400.000 euro più del secondo, trova quale somma ha versato ciascun socio. [2.500.000 euro; 2.900.000 euro]

251 **EDUCAZIONE FINANZIARIA** Un'azienda sostiene mensilmente spese fisse pari a 6000 euro. Essa commercializza un solo prodotto che acquista a 4 euro e rivende a 12 euro. Quanti pezzi deve vendere l'azienda mensilmente per pareggiare il bilancio? [750 pezzi]

252 **EDUCAZIONE FINANZIARIA** Un'azienda dolciaria vende una specialità da forno a due distributori: ogni mese il distributore A acquista 5000 confezioni, il distributore B ne acquista 7000. Per ogni confezione, il distributore A paga 14 euro in meno del prezzo consigliato al pubblico, mentre il distributore B paga 20 euro in meno. Quale prezzo di vendita al pubblico deve fissare il produttore se vuole incassare la stessa somma da entrambi i distributori? [30000€ - 24€ = 70000€ - 20€]

253 **ESERCIZIO SOSTITUITO** **EDUCAZIONE CIVILE** L'Agenda 2030 si pone come obiettivo eliminare completamente la povertà estrema (ossia il vivere con meno di 1,25 dollari al giorno) entro il 2030. Supponi che il tasso di povertà attuale (P_0) sia del 30% e stima come deve decrescere il tasso di povertà (P) in funzione del tempo (t), con l'obiettivo di ridurlo al 10% tra 5 anni.

Supponiamo che l'equazione che descrive il problema sia:
 $P(t) = P_0 - kt$ cioè $P(t) = \dots - kt$, dove k è la velocità di riduzione del tasso di povertà.
 Per ridurre il tasso di povertà al 30% in 5 anni, deve essere:
 $10 = \dots - k \cdot \dots \rightarrow -5k = \dots - 10 \rightarrow 5k = \dots \rightarrow k = 2$
 da cui $P(t) = 20 - 2t$. Usando questa equazione, possiamo stimare il tasso di povertà per ogni anno da qui al 2030. Compila la tabella:

Anno t	0	1	2	3	4	5
Tasso di povertà $P(t)$						

254 **MATEMATICA, REALTÀ E INTELLIGENZA ARTIFICIALE**

EDUCAZIONE FINANZIARIA Sebastiano durante l'estate ha lavorato come cameriere e ha guadagnato una certa somma; tiene metà dei risparmi come fondo di emergenza, decide di investire in banca $\frac{3}{4}$ della somma restante e spende i rimanenti 290 euro per un nuovo smartphone.

a. Determina la somma che ha deciso di destinare a un investimento bancario, impostando un'equazione.

Sebastiano si rivolge al promotore finanziario della sua banca che gli propone diverse opzioni. Per capire le dinamiche, guardano insieme alcuni esempi.

- Un conto deposito vincolato a 12 mesi ha un tasso d'interesse annuale dello 0,30% netto e una commissione annuale di 20 euro. Quale somma minima dev'essere depositata affinché gli interessi compensino la commissione annuale?
- Un fondo di investimento del settore tecnologico è salito mediamente del 8% in un anno. Investendo un certo capitale iniziale si arriva a possedere 1350 euro. Determina quale somma era stata scelta come esempio di capitale iniziale. [a. 870 euro; b. 2900 euro; c. 1290 euro]

Per approfondire Chiedi a un chatbot perché è una buona idea investire una parte dei propri risparmi e che cosa sono i fondi di investimento.



METTERE ALLA PROVA

1. Stabilisci se $x = 3$ è soluzione dell'equazione $5x + 6 = 11 + 3(x - 6) + 25$.
2. **VERBA** Stabilisci quali tra le seguenti equazioni risultano equivalenti all'equazione $2x + 4 = 8$, indicando quale principio di equivalenza è stato applicato.

	Equivalente		Principio
	Sì	No	
a. $2x + 3 = 7$	☐	☐	
b. $1 + 2x + 4 = 8 - 1$	☐	☐	
c. $x + 2 = 4$	☐	☐	
d. $2x + 4 - x = 8 - x$	☐	☐	
e. $x + 3 = 8 - x - 1$	☐	☐	
f. $2x + \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$	☐	☐	

Rischi e verifica, se possibile, le seguenti equazioni in $\mathbb{R}$.

3. $2 - x(1 - 2(1 - x)) = 2(1 - x)(1 + x)$ [3]
4. $(x + 4)(2x - 1) - 3 = (x + 3)(x - 3) + x^2 - 1$ [-3]
5. $\frac{1}{2}\left(\frac{x}{2} - \frac{3}{2}\right) - \frac{1}{3}\left(\frac{x}{2} - \frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2} + x$ [3]
6. $\frac{4x+1}{3} - \frac{2-x}{9} = \frac{5+3x}{6} - \frac{1}{2}$ [4]
7. $(2x - 3)(x + 4) - (3x - 2)(4x + 6) + 1 = -(3x^2 + 5x - 1)$ [sostituisci]
8. $(x + 3)^2 - (x + 2)^2 = x^2(-5 - x) + 3$ [-1]

9. **PROBLEMA** Due numeri sono uno il triplo dell'altro. Determina i due numeri, sapendo che, dividendo il maggiore aumentato di 60 per 5, si ottiene il numero minore diminuito di 30.

[NO: 240]

10. **PROBLEMA** Giorgio e Leonardo, che pesano rispettivamente 36 kg e 50 kg, si siedono alle due estremità di un'altalena lunga 2 m. Sapendo che l'altalena è in equilibrio solo se il prodotto tra il peso di Giorgio e la sua distanza dal centro dell'altalena è uguale al prodotto tra il peso di Leonardo e la distanza di Leonardo dal centro dell'altalena, possiamo affermare che l'altalena sarà in equilibrio solo se:

- ☐ Giorgio si posiziona a 28 cm dal centro dell'altalena
- ☐ Luca si posiziona a 72 cm dal centro dell'altalena
- ☐ Luca si posiziona a 14 cm dal centro dell'altalena
- ☐ Giorgio si posiziona a 14 cm dal centro dell'altalena



Invitati alla prova con un test
autocorrettivo su HUB TEST



Se sei un difensore,
cerca di trovare anche

Paragrafo 1
Equazioni

Paragrafo 2
Principi di equivalenza

Paragrafo 3
Equazioni numeriche
interi di primo grado

Paragrafo 4
Problemi di primo
grado

DALLE PROVE INVALSI

1. Considera il seguente problema: «Dato un numero, aggiungi 3 al quadrato del suo successivo e sottrai a quanto ottenuto il quadrato del numero stesso». Quale dei seguenti schemi logici traduce tale problema?

- ☐ $x \rightarrow x + 3 \rightarrow (x + 3)^2 \rightarrow (x + 3)^2 + 1 \rightarrow (x + 3)^2 + 1 - x^2$
- ☐ $x \rightarrow (x + 3)^2 \rightarrow (x + 3)^2 + 3 \rightarrow (x + 3)^2 + 3 - x^2$
- ☐ $x \rightarrow x^2 + 1 \rightarrow x^2 + 1 + 3 \rightarrow x^2 + 4 - x^2$
- ☐ Nessuno degli schemi precedenti

2. La relazione seguente esprime la spesa annuale per l'automobile, composta da una parte fissa e da una parte proporzionale al numero di chilometri percorsi:

$$S = F + cx$$

dove F sono le spese fisse, c è il costo al chilometro e x è il numero di chilometri percorsi.

	Auto A	Auto B	Auto C
Spese fisse (F)	850 euro	600 euro	540 euro
Costo al km (c)	0,30 euro/km	0,26 euro/km	0,32 euro/km

Lo scorso anno Luigi ha sostenuto per l'automobile A una spesa di 3100 euro, Marco ha sostenuto per l'automobile B una spesa di 2800 euro e Ilaria ha sostenuto per l'automobile C una spesa di 3300 euro. Chi ha percorso più chilometri durante tale anno?

- ☐ Luigi ☐ Marco ☐ Ilaria

3. Per l'acquisto di un computer sono stati spesi 300 euro. Il prezzo è composto dal costo base più l'IVA, pari al 20% del costo base. Quanto è stato pagato di IVA?

Risposta: _____
(Prova Invalsi 2012)

4. In un test con 28 domande si assegnano 5 punti per ogni risposta esatta, si tolgono 2 punti per ogni risposta errata e si assegna un punto per ogni risposta non data. Marco risponde a tutte le domande e ottiene in totale 8 punti.

Quante risposte errate ha dato?
Risposta: _____
(Prova Invalsi 2014)

5. La stampante laser L, in un minuto stampa il triplo delle pagine della stampante desktop D. Quando L e D lavorano contemporaneamente stampano in tutto 24 pagine al minuto. Se D viene sostituita con una stampante laser identica a L, quante pagine potranno essere stampate complessivamente in un minuto?

- ☐ 34 ☐ 30 ☐ 36 ☐ 48

(Prova Invalsi 2013)

6. A una conferenza sono presenti 90 persone. Le donne sono 14 più degli uomini. Quanti sono gli uomini?

- ☐ 99 ☐ 38 ☐ 31 ☐ 76

(Prova Invalsi 2017)



Preparati alla Prova INVALSI
su HUB INVALSI



Test di qualifica
e test Invalsi

METTITI ALLA PROVA

1 Stabilisci se $x = 3$ è soluzione dell'equazione $5x + 6 - 11 = 3(x - 8) + 25$.

2 **INVESTI** Stabilisci quali tra le seguenti equazioni risultano equivalenti all'equazione $2x + 4 = 8$, indicando quale principio di equivalenza è stato applicato.

	Equivalente	
	Sì	No
a. $2x + 3 = 7$	☐	☐
b. $1 + 2x + 4 = 8 - 1$	☐	☐
c. $x + 2 = 4$	☐	☐
d. $2x + 4 - x = 8 - x$	☐	☐
e. $x + 3 = 8 - x - 1$	☐	☐
f. $2x = \frac{4}{3} - \frac{8}{3}$	☐	☐

Risolve e verifica, se possibile, le seguenti equazioni in $\mathbb{R}$.

3 $2 - x(1 - 2x - x) = 2(1 + x)$

4 $x + 4(2x - 1) - 3 = (x + 3)(x - 1) + x^2 - 1$

5 $\frac{1}{2}(\frac{x}{2} - \frac{1}{3}) - \frac{1}{3}(\frac{x}{2} - \frac{2}{3}) = \frac{4}{9} + x$

6 $\frac{4x + 1}{3} - \frac{2 - x}{9} = \frac{5 + 3x}{9}$

7 $(2x - 3)(x + 4) - (3x - 2)(4x + 6) + 1 = -(10x^2 + 5x - 1)$

8 $(x + 3)^2 - (x + 2)^2 = x^2(-5 - x) + 3$

9 **PROBLEMA** Due numeri sono uno il triplo dell'altro. Determina i due numeri, sapendo che, dividendo il maggiore aumentato di 60 per 5, si ottiene il numero minore diminuito di 20.

10 **PROBLEMA** Giorgio e Leonardo, che pesano rispettivamente 36 kg e 50 kg, si siedono alle due estremità di un'altalena lunga 2 m. Sapendo che l'altalena è in equilibrio solo se il prodotto tra il peso di Giorgio e la sua distanza dal centro dell'altalena è uguale al prodotto tra il peso di Leonardo e la sua distanza dal centro dell'altalena, possiamo affermare che l'altalena sarà in equilibrio solo se:

- ☐ Giorgio si posiziona a 28 cm dal centro dell'altalena
☐ Luca si posiziona a 72 cm dal centro dell'altalena
☐ Luca si posiziona a 14 cm dal centro dell'altalena
☐ Giorgio si posiziona a 14 cm dal centro dell'altalena



Mettiti alla prova con un test
automatizzato su HUB 11507



Se sei in difficoltà,
ricordi gli esempi simili?

Paragrafo 1
Equazioni

Paragrafo 2
Principi di equivalenza

Paragrafo 3
Equazioni numeriche
interi di primo grado

Paragrafo 4
Problemi di primo
grado

DALLE PROVE INVOLTI

1 Considera il seguente problema: «Dato un numero, aggiungi 3 al quadrato del suo successivo e sottrai a quanto ottenuto il quadrato del numero stesso». Quale dei seguenti schemi logici traduce tale problema?

① $x \rightarrow x + 3 \rightarrow (x + 3)^2 \rightarrow (x + 3)^2 + 1 \rightarrow (x + 3)^2 + 1 - x^2$

② $x \rightarrow (x + 1)^2 \rightarrow (x + 1)^2 + 3 \rightarrow (x + 1)^2 + 3 - x^2$

③ $x \rightarrow x^2 + 1 \rightarrow x^2 + 1 + 3 \rightarrow x^2 + 4 - x^2$

④ Nessuno degli schemi precedenti

2 La relazione seguente esprime la spesa annuale per l'automobile, composta da una parte fissa e da una parte proporzionale al numero di chilometri percorsi:

$S = F + cx$

dove F sono le spese fisse, c è il costo al chilometro e x è il numero di chilometri percorsi.

Nella tabella sono riportate le spese fisse e il costo al chilometro per alcuni tipi di automobile.

	Auto A	Auto B	Auto C
Spese fisse (F)	150 euro	400 euro	540 euro
Costo al km (c)	0,30 euro/km	0,26 euro/km	0,32 euro/km

Lo scorso anno Luigi ha sostenuto per l'automobile A una spesa di 3100 euro, Marco l'automobile B una spesa di 2800 euro e Iaria ha sostenuto per l'automobile C una spesa di 2500 euro. Chi ha percorso più chilometri durante tale anno?

- ① Luigi ② Marco ③ Iaria

3 Per l'acquisto di un computer sono stati spesi 300 euro. Il prezzo è composto dal costo pieno e dal 20% del costo base. Quanto è stato pagato di IVA?

Risposta:

(Prova Involvi 2022)

4 In un test con 28 domande si assegnano 5 punti per ogni risposta esatta, si tolgono 2 punti per ogni risposta errata e si assegna un punto per ogni risposta non data. Marco risponde a tutte le domande e ottiene in totale 0 punti.

Quante risposte esatte ha dato?

Risposta:

(Prova Involvi 2016)

5 La stampante laser L, in un minuto stampa il triplo delle pagine della stampante desktop D. Lavorano contemporaneamente stampando in tutto 24 pagine al minuto. Se D viene sostituita con una stampante laser identica a L, quante pagine potranno essere stampate contemporaneamente?

Risposta:

(Prova Involvi 2022)

6 A una conferenza sono presenti 90 persone. Le donne sono 14 più degli uomini. Quanti uomini ci sono?

Risposta:

(Prova Involvi 2017)



Preparati alla Prova INVI, su
HUB 11507



hub
SCUOLA

Alta leggibilità ☐ No

Test: equazioni numeriche intere di primo grado



10 quesiti

Inizia il test

ESERCIZI

Unità 7 Equazioni numeriche intere di primo grado

AUTOVERIFICA

- 1 Risolvi la seguente equazione in $\mathbb{R}$.

$$(2x+1)(x-2)+4(x+3)=2x(x-1)-4$$

- 2 Risolvi la seguente equazione in $\mathbb{R}$.

$$\left(3-\frac{x}{3}\right)^2 + \frac{(3-x)(7+x)}{9} - \frac{1}{3} = 0$$

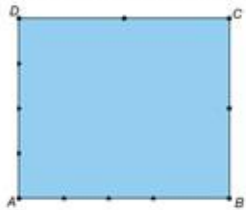
- 3 Determina, se esiste, il coefficiente di x in modo tale che l'equazione data sia indeterminata.

$$3+7x=6+9x-(\dots x+3)$$

- 4 **PROBLEMA** Il triplo di un numero aumentato di 6 è uguale al doppio del numero stesso. Qual è il numero?

- 5 **PROBLEMA** Una sbarra di ferro, lunga 84 cm, viene divisa in tre parti in questo modo: la prima è più corta della seconda di 15 cm e la terza è un quinto della seconda. Calcola la misura delle tre parti.

- 6 **PROBLEMA** La base AB di un rettangolo $ABCD$ è uguale a $\frac{3}{4}$ dell'altezza più 6 cm. La somma dei $\frac{3}{2}$ della base con $\frac{1}{2}$ dell'altezza è 35 cm. Aiutandoti con il disegno, calcola l'area del rettangolo.



Unità 7 Equazioni numeriche intere di primo grado

AUTOVERIFICA

- 1 Vero o falso?

- a. L'equazione $2x+6=2(x-1)$ è impossibile. ☐ V ☐ F
- b. Un'equazione di primo grado determinata ammette al massimo due soluzioni. ☐ V ☐ F
- c. Le equazioni $3x-2=4x+8$ e $3x=4x+10$ sono equivalenti per il secondo principio di equivalenza. ☐ V ☐ F
- d. Applicando la regola del trasporto all'equazione $5x-2=7-x$, otteniamo l'equazione $5x-x=7-2$. ☐ V ☐ F

Stabilisci se quella indicata a fianco è una soluzione dell'equazione.

2 $3x+4=-(x+1)$ $x=\frac{5}{4}$

3 $-3+7x-1=2-3x$ $x=\frac{3}{5}$

Risolvi in $\mathbb{R}$ le seguenti equazioni.

4 $2x-3x-5(2-x)=4x-3+6x$

5 $3x+4x-(x+1)=6x-10+x$

6 $\frac{1}{30}x - \frac{5}{6}x + \frac{1}{5} = \frac{1}{2}x - \frac{4}{15} - \frac{3}{10}x$

7 $1 + \frac{x+1}{2} = \frac{x-3}{3} + \frac{1-2x}{4}$

- 8 Sei volte un numero aumentato di 4 è uguale a metà di quel numero aumentato di 15. Quanto vale il numero?

Profitti parabolici

COLLEGAMENTI INTERDISCIPLINARI
(EDUCAZIONE CIVICA - TIC - DIRITTO ED ECONOMIA)

Aprire un'attività commerciale è il sogno di molti giovani imprenditori e imprenditrici. Un chiosco di bubble tea sembra perfetto: è un prodotto popolare che non richiede personale troppo specializzato. Ma è un'operazione conveniente? Come fare a rientrare nei costi e sperare di guadagnarci qualcosa? La matematica ci può aiutare a capirlo?

VERSO LE COMPETENZE

Esercizio 1

L'insegna di un negozio è un elemento distintivo fondamentale. Il grafico a cui ti affidi ti propone di costruirla intorno a un arcobaleno, a simboleggiare la varietà di gusti e sapori. Per dargli un aspetto meno scontato e più lanciato decide di usare un arco di parabola. Fissando l'origine del sistema di riferimento nell'angolo in basso a sinistra dell'insegna e usando come unità i centimetri, l'arcobaleno è delimitato dal grafico della funzione $y = -\frac{x^2}{10} + 6x - 50$. Quanto deve essere grande l'insegna per contenere il logo?

- La concavità della parabola è rivolta verso _____.
- Le intersezioni con l'asse x sono _____.
- Il vertice della parabola si trova nel punto $(\text{_____}, \text{_____})$.
- Le dimensioni per un'insegna rettangolare possono essere _____.

Esercizio 2

Un'azienda alimentare commercializza una miscela di tè combinando due diverse varietà. Il tè nero

Aissam e il tè verde Jasmine. Il costo di produzione della miscela, espresso in euro al kg, cambia a seconda della percentuale x di tè verde secondo la formula $C(x) = \frac{x^2}{200} - \frac{x}{4} + 5$. Qual è il prezzo più basso che si riesce a ottenere con questo processo produttivo? Con quale percentuale di tè verde si ottiene?

- Occorre trovare il punto del grafico che si trova più in basso. Tale punto corrisponde al _____ della parabola.
- Le coordinate di tale punto sono $(\text{_____}, \text{_____})$.
- Il prezzo più basso corrisponde all'_____ del vertice ed è _____ euro al kg.
- La percentuale di tè verde corrisponde all'_____ del vertice ed è _____ %.



COMPITO DI REALTÀ

Hai deciso di aprire un piccolo chiosco che vende bubble tea. Prima di investire tempo e denaro nel progetto, vuoi capire se si tratta di un'attività sostenibile. Hai stimato che il costo di produzione di ogni bicchiere è 1,50 euro, mentre le spese fisse giornaliere (affitto, bollette, stipendi ecc.) ammontano a 450 euro.

- Scrivi la **funzione lineare** $c(x)$ che esprime il **costo giornaliero** del negozio, al variare del numero di bicchieri venduti x . Spiega come hai ottenuto l'espressione.

Una rapida ricerca di mercato stabilisce che le vendite si annullano se il prezzo unitario è di 7,50 euro o più. Inoltre, ogni riduzione del prezzo di 15 centesimi incrementa di 10 unità al giorno il numero dei bicchieri venduti.

- Sulla base di queste informazioni, il **prezzo di vendita** di ciascun bicchiere è espresso da una **funzione lineare** $p(x)$, dove x rappresenta il numero di bicchieri venduti. Tale funzione:

- vale 7,5 euro quando x è nullo;
- diminuisce di 0,15 euro per ogni incremento $\Delta x = 10$, quindi per esempio per $x = 20$ vale 7,35 euro, per $x = 30$ vale 7,20 euro e così via.

Ricava l'equazione di $p(x)$ sulla base di questi dati.

- Scrivi la funzione che rappresenta il **ricavo giornaliero** $r(x)$, ottenuta moltiplicando il prezzo di vendita di ciascun bicchiere per il numero di bicchieri venduti. Che grado ha questa funzione?

- Costruisci la funzione che rappresenta il **guadagno giornaliero** $g(x)$, tenendo conto del ricavo $r(x)$ e dei costi $c(x)$ ottenuti precedentemente. Spiega perché questa funzione è di secondo grado.

- Determina per quali valori del numero di bicchieri venduti il guadagno risulta positivo. Calcola per quale quantità venduta si ottiene il massimo guadagno possibile e qual è il prezzo che dovresti applicare in quel caso. Che interpretazione dai ai risultati ottenuti?

Uno sguardo più ampio

La sostenibilità economica di un'azienda si raggiunge quando viene superato il break-even point ovvero la soglia minima di produzione che consente di coprire i costi e di non operare in perdita. È una condizione indispensabile per la sopravvivenza dell'attività. La simulazione di impresa che hai affrontato è ovviamente semplificata: nella realtà entrano in gioco anche altri fattori, come le condizioni di lavoro dei dipendenti, l'equità delle retribuzioni, l'impatto ambientale del prodotto e dell'intero ciclo produttivo. Al giorno d'oggi, valutare la sostenibilità di un'impresa significa misurare anche la sua **responsabilità sociale**.

Autovalutazione

- Ci sono stati momenti dell'attività in cui ti sei sentito o sentita in difficoltà? Dove invece ti è sembrato di lavorare tranquillamente?
- Quali competenze, oltre a quelle matematiche, è stato necessario utilizzare per affrontare l'attività? Quali sono quelle in cui ti senti più forte?
- Hai mai fantascittato di aprire un'attività per conto tuo? Ti sembra una prospettiva lavorativa interessante?

Proposte per
le UdA

INDICE DELLA GUIDA PER L'INSEGNANTE:

Presentazione del corso e spunti operativi per la didattica

- Presentazione del corso
Area matematica con Tutor AI
HUB Test, HUB Invalsi, DEAFLEX
- Giocare tra le righe: il valore didattico del **gioco** negli istituti professionali
- La valorizzazione della matematica negli istituti professionali:
le UdA
- **Intelligenza Artificiale**
Creazione e correzione di verifiche e contenuti disciplinari con l'IA
L'impatto rivoluzionario dei chatbot nella personalizzazione della didattica
- Le Linee Guida per l'**Orientamento**
La riforma degli istituti professionali



Prova di verifica

Cognome _____ Nome _____ Classe _____ Data _____

1. Traduci in espressioni aritmetiche le seguenti frasi e, successivamente, risolvi.

- a. Aggiungi 5 al quoziente tra la somma tra 16 e 5 e la differenza tra 18 e 15.
b. Sottrai a 55 la somma tra il prodotto di 10 e 4 e la differenza tra 21 e 19.

2. Risolvi i seguenti esercizi applicando, in ciascun caso, la proprietà relativa. Scrivi i risultati sotto forma di potenza.

- a. $5^3 \cdot 3^2 \cdot 4^5$ b. $3^2 \cdot 3^5 \cdot 3^8$ c. $5^3 \cdot 5^2 \cdot 5^4$ d. $(17^3)^2$

3. Calcola il valore della seguente espressione, applicando, quando possibile, le proprietà della potenza.

$$2^3 : [4 : (3^2 \cdot 3^3 : (3^4)^2)] - (4 \cdot 2^2 + 2)^3 : (12 + 6) : 2^2$$

4. Sfruttando i criteri di divisibilità completa la seguente tabella.

Numero è divisibile per	64	88	90	165
2				
3				
4				
5				
9				
11				

5. Determina il M.C.D. e il m.c.m. tra i seguenti gruppi di numeri.

- a. (36, 60, 90) b. (64, 40, 120)

6. In un negozio di orologi sono presenti tre sveglie: la prima suona ogni 18 minuti, la seconda ogni 36 minuti e la terza ogni 48 minuti. Le tre sveglie hanno suonato tutte insieme alle 12:00, quando succedano di nuovo insieme?

Questa verifica è disponibile anche in formato word tra le risorse per l'insegnante.

Puntaggi proposti:

1	2	3	4	5	6
1	2	1,5	2	2	1,5

Soluzioni a fine sezione

Esercizi aggiuntivi per personalizzare la verifica

1. Vero o Falso?

- a. L'insieme dei numeri naturali è infinito e illimitato.
b. La divisione gode della proprietà commutativa.
c. La moltiplicazione non gode della proprietà commutativa.
d. L'operazione di divisione per 0 è sempre possibile.

① V
② F
③ V
④ F

[V, F; F, F]

2. TEST Ogni numero naturale:

- ① ammette un solo successivo
② ammette infiniti successivi
③ è il successivo di un altro numero
④ non ammette successivi

[A]

3. TEST Dati tre numeri naturali qualsiasi a , b e c :

- ① $a + b = b + a$
② $a - b = b - a$
③ $(a + b) - c = a + (b - c)$
④ $a - b = 0 - a$

[A]

4. Completa le seguenti frasi.

- a. Il successivo di 323 è _____
b. L'antecedente di 290 è _____
c. 999 è il successivo di _____ e l'antecedente di _____

5. Inserisci il simbolo corretto (< oppure >) tra i seguenti numeri.

- a. 27 _____ 72 54 _____ 45 205 _____ 215 187 _____ 178
b. 67 _____ 76 129 _____ 192 321 _____ 231 789 _____ 897

c. _____ < 99 < _____ < 199 < _____ < 1000 < _____

Completa le seguenti uguaglianze.

a. $m + 0 = \dots$ $m - 1 = \dots$ $m - 0 = \dots$ $0 : m = \dots$ $56 : m = \dots$ $m : 0 = \dots$ b. $27 : 3 = 9$ $42 : 3 = 16$ $45 : 18 = 27$ $8 : 2 = 64$ c. $37 : 19 = 56$ $65 : 37 = 28$ $5 : 3 = 125$ $7 : 12 = 237$ Sapendo che, dati due numeri a e b e il loro quoto q , vale l'uguaglianza $b : q = a$, trova il numero mancante, indica inoltre in quali dei seguenti casi la divisione esatta non è possibile.

- a. $a = 32$ $b = 16$ $q = \dots$ b. $a = 75$ $b = 5$ $q = \dots$
c. $a = \dots$ $b = 21$ $q = 11$ d. $a = 85$ $b = \dots$ $q = 17$
e. $a = \dots$ $b = 7$ $q = 6$ f. $a = 148$ $b = \dots$ $q = 4$
g. $a = 82$ $b = \dots$ $q = 5$ h. $a = 148$ $b = 9$ $q = \dots$
i. $a = \dots$ $b = 13$ $q = 8$ j. $a = \dots$ $b = 8$ $q = 65$

1300 esercizi
aggiuntivi per
personalizzare
le verifiche

Anche in word
sul sito del libro



**Valentina
Franceschi**

Docente di Scienze
(Chimica, Biologia,
Biochimica, Scienze della
Terra e Scienze Naturali)

Il mio profilo

Homepage

I miei libri

Aree docenti

HUB Test e Invalsi

Classi

Matematica in chiaro!

AUTORE Germano Pettarin Lucia Botta Giuliana Colombo

EDITORE Deascuola MARCHIO Cedam Scuola

ESPLORA L'AREA DOCENTI



• SECONDARIA DI SECONDO GRADO
Area Matematica



I tuoi volumi



VOLUME 1



VOLUME 2



VOLUME ALGEBRA CON ELEMENTI
OPERATIVI DI GEOMETRIA 1



VOLUME ALGEBRA CON ELEMENTI
OPERATIVI DI GEOMETRIA 2

4 TRIANGOLI

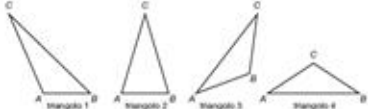


39 Osserva le figure e stabilisci se i seguenti triangoli sono rettangoli, acutangoli o ottusangoli.



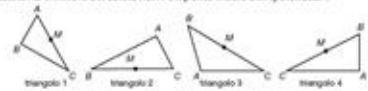
40 Indica quale dei seguenti triangoli corrisponde a questa descrizione: «ABC è un triangolo isoscele ottusangolo con angolo ottuso in B».

- ☐ 1 Triangolo 1
☐ 2 Triangolo 2
☐ 3 Triangolo 3
☐ 4 Triangolo 4
 (Prova Invalsi 2013)



41 Indica quale dei seguenti triangoli corrisponde a questa descrizione: «ABC è un triangolo rettangolo con l'angolo retto in A. Il cateto AB è minore del cateto AC. M è il punto medio dell'ipotenusa».

- ☐ 1 Triangolo 1
☐ 2 Triangolo 2
☐ 3 Triangolo 3
☐ 4 Triangolo 4
 (Prova Invalsi 2010)



ESERCIZIO GUIDATO Osserva l'edificio della foto. Quanto può essere l'alto l'edificio?

☐ 1 meno di 10 metri ☐ 2 tra 25 e 30 metri
☐ 3 tra 15 e 20 metri ☐ 4 più di 35 metri
 (Prova Invalsi 2015)



Per svolgere l'esercizio, rispondi a queste domande.
 Quanti piani ha l'edificio?
 Quanto è alto più o meno un piano di un edificio?

42 Osserva l'immagine.
 Qual è la lunghezza dell'accendino?

- ☐ 1 Circa 5,5 cm
☐ 2 Circa 6,5 cm
☐ 3 Circa 7,5 cm
☐ 4 Circa 13 cm
 (Prova Invalsi 2012)



43 **ESERCIZIO GUIDATO** Andrea per misurare la lunghezza del suo banco utilizza alcune matite da 15 cm ciascuna. Otto matite messe in fila una di seguito all'altra non gli bastano, nove sono troppe. Quale può essere la lunghezza del banco in centimetri?

- ☐ 1 120 cm ☐ 2 130 cm ☐ 3 135 cm ☐ 4 140 cm
 (Prova Invalsi 2014)

Calcoliamo la lunghezza di 8 matite messe in fila: $8 \times 15 = 120$ cm.
 Calcoliamo la lunghezza di 9 matite messe in fila: $9 \times 15 = 135$ cm.
 Perciò la lunghezza del banco è compresa tra cm e cm, esclusi questi due valori.
 L'unica opzione possibile è

44 Il righello rappresentato in figura può essere utilizzato per misurare sia in centimetri sia in pollici.



Il segmento AB in figura è lungo 5 cm. Qual è la lunghezza in pollici del segmento AB?

- ☐ 1 Circa 2 ☐ 2 Circa 4 ☐ 3 Circa $5 \frac{1}{2}$ ☐ 4 Circa $7 \frac{1}{2}$
 (Prova Invalsi 2023)

45 Davide sta andando in bicicletta nel parco. Si ferma davanti a un bivio dove vede queste indicazioni:

- a. Quanti chilometri ci sono tra il rifugio e il lago?
☐ 1 5 km ☐ 2 9,5 km ☐ 3 14,5 km ☐ 4 17 km
 b. Quanti chilometri ci sono tra il rifugio e la fontana, che sono sulla stessa strada?
 Risposta: km

(Prova Invalsi 2019)



VOLUME ALGEBRA CON ELEMENTI OPERATIVI DI GEOMETRIA 1



VOLUME ALGEBRA CON ELEMENTI OPERATIVI DI GEOMETRIA 2

Spazio alle domande!



DEASCUOLA

I prossimi appuntamenti

Iscriviti subito: <https://formazione.deascuola.it/offerta-formativa/webinar/>

Webinar

INSEGNARE MATEMATICA E
FISICA

**Insegnare con...
Fisica.eco**

18 Marzo 2026, 15:00
con: Silvia De Stefano



Webinar

INSEGNARE MATEMATICA E
FISICA

**Insegnare con... Tutti i
colori della Matematica
Edizione Rossa**

25 Marzo 2026, 15:00
con: Leonardo Sasso



Webinar

INSEGNARE MATEMATICA E
FISICA

**L'Esame di Maturità
2026**

15 Aprile 2026, 15:00
con: Leonardo Sasso



Scopri *Matematica in chiaro*

Consulta la [scheda sul sito](#)

Richiedi copia digitale:

<https://deascuola.it/work/evaluate/matematica-in-chiaro-23384/>

